ȘCOALA GIMNAZIALĂ NR. 11 BOTOȘANI

CONCURS INTERJUDEȚEAN

„START SPRE PERFORMANȚĂ”

MATEMATICĂ – 31 mai 2025

Clasa a VIII – a

SUBIECTUL I – 30 puncte

a) Dacă $y \in \left[0; \frac{2}{3}\right]$ și $x + 3 = 3y$, arătați că expresia

$E(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{9y^2 - 12y + 4}$ are valoare constantă.

b) Descompuneți în produs de factori ireductibili expresia:

$$(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 2) - 3.$$

c) Determinați numerele raționale a și b, pentru care :

$$a - 1 = 2\left(2a - 3\sqrt{3}\right) + b\sqrt{3} + 8.$$

SUBIECTUL al II-lea – 30 puncte

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ care verifică relația $f(x - 1) = 2x + 3$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

a) Determinați funcția și reprezentați-o grafic.
b) Rezolvați ecuația: $f(2x - 1) - f(x - 3) = f(x) + f(x + 1)$.
c) Calculați: $f(3) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{2025}) - 3^{2026}$.

SUBIECTUL al III-lea – 30 puncte

Se consideră cubul $ALGORITM$. Fie E mijlocul segmentului AL, iar F mijlocul segmentului LG. Dacă muchia cubului are lungimea $2a. a > 0$, atunci:

a) Arătați că $EG \perp OF$.
b) Calculați sinusul unghiului diedru format de planele (TOF) și (ALG).
c) Arătați că $(GET) \perp (TOF)$.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 120 minute.
Se acordă 10 puncte din oficiu.

Proiect multidisciplinar START SPRE PERFORMANȚĂ, ediția a IX-a, inscris în CPEEERI 2024-2025, nr. 24380/22.01.2025, poziția 258