Barem de corectare și notare – clasa a VII – a

Subiectul I

Se consideră numerele $a=\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+.....\frac{1}{2021\cdot 2022}$ şi b = 1 +3 + 5 + ….+ 157.

a) Calculați numărul a;
b) Arătați numărul b este un pătrat perfect;
c) Să se arate că $\sqrt{2022\cdot a+\sqrt{b}}$ este număr rational.

<u>Soluție</u>

a) $a=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+......+\frac{1}{2021}-\frac{1}{2022}$ ……………………………...………...…… 5p

$a=\frac{1}{2}-\frac{1}{2022}=\frac{1010}{2022}=\frac{505}{1011}$ …………………………………………………………………………………… 5p

b) b= 79^2 ………………………………………………………………………………………………….. 10p

c) $\sqrt{2022\cdot\frac{505}{1011}+\sqrt{79^2}}$ ………………………………...……………………………….………….. 5p

$\sqrt{1010+79}=\sqrt{1089}=33$ ……………………………………………………………………….……….. 5p

Subiectul II

10p) a) Să se arate că pentru orice două numere reale a și b are loc relația :

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2 \cdot$$

(10p) b) Știind că x este un număr real pozitiv, demonstați că produsul numerelor

$\sqrt{4x+7}-\sqrt{4x+3}$ și $\sqrt{4x+7}+\sqrt{4x+3}$ este egal cu 4.

(10p) c) Determinați numărul real pozitiv x pentru care avem

$$\sqrt{4x+7}-\sqrt{4x+3}=3-\sqrt{5}\,.$$

Soluție :

a) $(a+b)(a-b)=a(a-b)+b(a-b)=a^2-ab+ba-b^2=a^2-b^2$……………………………..10p

b) $(\sqrt{4x+7}-\sqrt{4x+3})\cdot(\sqrt{4x+7}+\sqrt{4x+3})=\sqrt{4x+7}^2-\sqrt{4x+3}^2$ …………………………………...5p

$(4x+7)-(4x+3)=4x+7-4x-3=4$……..……………………………………………..………5p

c) $(\sqrt{4x+7}+\sqrt{4x+3})\cdot(3-\sqrt{5})=4 \Rightarrow \sqrt{4x+7}+\sqrt{4x+3}=\frac{4}{3-\sqrt{5}}=3+\sqrt{5}$……………………….…...5p

Adună $\sqrt{4x+7}-\sqrt{4x+3}=3-\sqrt{5}$ cu $\sqrt{4x+7}+\sqrt{4x+3}=3+\sqrt{5}$ si obține $\sqrt{4x+7}=3$……...…3p

Finalizare, $x=\frac{1}{2}$……………………………………………………………………………………..2p

Subiectul III (30 de puncte)

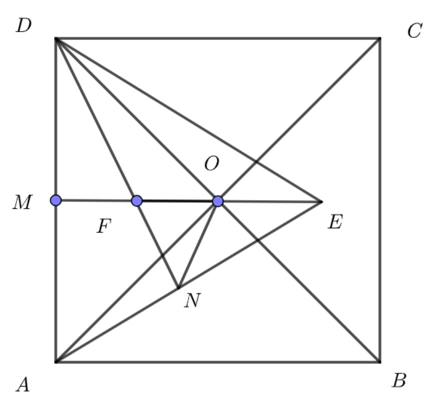
În interiorul pătratului ABCD de centru O, cu latura 6 cm se ia punctul E astfel încât triunghiul ADE să fie echilateral de centru F. Notăm cu M și N mijloacele segmentelor AD, respectiv AE.

(10p) a) Calculați lungimea segmentului OF.

(10p) b) Să se arate că DO este bisectoarea unghiului $\measuredangle NDE$.

(10p) c) Demonstrați că măsura unghiului $\measuredangle ENO$ este de 45^0.

<u>Soluție</u>



a) $OM = \frac{AB}{2} = 3cm$ ....………………………………………………………………….………..….…3p

$FM = \frac{1}{3}EM = \frac{1}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}cm$……………………………………………………………….……….……5p

Justifică coliniaritatea punctelor M,F,O și calculează $OF = 3 - \sqrt{3}cm$……………………………………...2p

b) Arată că $\measuredangle E\Delta C = \measuredangle NDA = 30^0$……………………………………………………...……………….…5p

Arată că $\measuredangle NDO = \measuredangle EDO = 15^0$, deci DO este bisectoarea $\measuredangle NDE$…………………………………...……...5p

c) EO si DO sunt bisectoare în ΔDNE, de unde rezulta că NO este bisectoarea unghiului DNE……………5p

Mediana DN în ΔDNE echilateral este și înălțime, deci $\measuredangle DNE = 90^0$, de unde $\measuredangle ENO = 45^0$……………..5p

Orice soluție corectă se punctează corespunzător!