CONCURSUL JUDEȚEAN MULTIDISCIPLINAR
„START SPRE PERFORMANȚĂ”
BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE ȘI NOTARE

CLASA a VIII – a

SUBIECTUL I – 30 puncte

Fie ecuația $mx^2 - 3mx - x + 2m + 2 = 0$, unde m este un număr real fixat.

a) Rezolvă ecuația știind că $m = 2$.

b) Demonstrează că ecuația are soluții reale, pentru orice număr real m.

c) Demonstrează că ecuația are o soluție număr natural, pentru orice număr real m.

Soluție:

a) Pentru $m = 2$ se obține ecuația $2x^2 - 7x + 6 = 0$ **3p**

Discriminantul ecuației este $\Delta = 1$, deci ecuația are două soluții reale **3p**

Mulțimea soluțiilor ecuației este $S = \left\{2, \frac{3}{2}\right\}$ **4p**

b) Pentru $m = 0$ se obține o ecuație de gradul întâi cu soluția $x = 2$. **2p**

Pentru $m \neq 0$ calculăm $\Delta = (3m + 1)^2 - 4 \cdot m \cdot (2m + 2)$. **2p**

$\Delta = 9m^2 + 6m + 1 - 8m^2 - 8m = m^2 - 2m + 1$ **3p**

$\Delta = (m - 1)^2 \geq 0$, deci și în această situație există soluții reale. **3p**

c) Pentru $m = 0$, ecuația are soluție numărul natural 2. ..... **2p**

Pentru $m \neq 0$, ecuația are soluțiile $\frac{3m+1\pm|m-1|}{2m}$ **4p**

Soluția $\frac{3m+1+(m-1)}{2m} = 2$ este număr natural. **4p**

SUBIECTUL al II-lea – 30 puncte

Fie x și y două numere reale astfel încât $y = \frac{3-2x}{5}$.

a) Dacă $x \in (-1, 4]$, află în ce interval de numere reale se află y.

b) Dacă $|y| \leq 7$, află ce interval de numere reale parcurge x.

c) Arată că numărul $n = \frac{24x+60y}{4x^2+20xy+25y^2}$ este natural pentru orice valori pozitive ale numerelor reale x și y.

Soluție:

a) $x \in (-1, 4] \Leftrightarrow -1 < x \leq 4 \Leftrightarrow$ **2p**

$\Leftrightarrow -8 \leq -2x < 2 \Leftrightarrow -5 \leq 3 - 2x < 5 \Leftrightarrow$ **5p**

$\Leftrightarrow -1 \leq y < 1 \Leftrightarrow y \in [-1, 1)$ **3p**

b) $|y| \leq 7 \Leftrightarrow -7 \leq y \leq 7 \Leftrightarrow$ **2p**

$\Leftrightarrow -35 \leq 3 - 2x \leq 35 \Leftrightarrow -38 \leq -2x \leq 32 \Leftrightarrow$ **4p**

$\Leftrightarrow -16 \leq x \leq 19 \Leftrightarrow x \in [-16, 19]$. **4p**

c) $y = \frac{3-2x}{5} \Leftrightarrow 5y = 3 - 2x \Leftrightarrow 2x + 5y = 3$ **3p**

$n = \frac{24x+60y}{4x^2+20xy+25y^2} = \frac{12\cdot(2x+5y)}{(2x+5y)^2}$ **4p**

$n = \frac{12\cdot 3}{3^2} = 4$ este natural pentru orice valori pozitive ale numerelor reale x și y. **3p**

START SPRE PERFORMANȚĂ 2026

SUBIECTUL al III-lea – 30 puncte

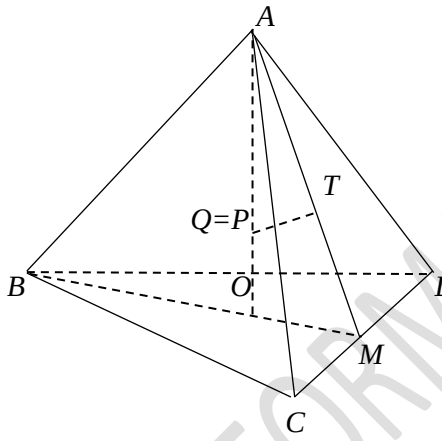
Se consideră tetraedrul regulat *ABCD* având înălțimea *AO* de lungime 12 cm.

a) Arată că muchia tetraedrului regulat are lungimea $6\sqrt{6}$ cm.

b) Dacă punctul *Q*, situat pe *AO*, este la distanță egală de vârfurile *A* și *B*, află lungimea *AQ*. (*AQ* este raza sferei circumscrise tetraedrului *ABCD*)

c) Dacă punctul *P*, situat pe *AO*, este la distanță egală de planele (*BCD*) și (*ACD*), află lungimea *PO*. (*PO* este raza sferei înscrise în tetraedrul *ABCD*)

Soluție:



a) Notăm cu *a* lungimea muchiei tetraedrului. $AO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ **5p**

$a = 6\sqrt{6}$ cm **5p**

b) Punctul *O* este centrul triunghiului echilateral *BCD*, deci $BO = 6\sqrt{2}$ cm **2p**

Notăm $AQ = BQ = R \Rightarrow QO = 12 - R$ **2p**

Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul *BQO*, dreptunghic în *O*, avem:

$R^2 = (12 - R)^2 + \left(6\sqrt{2}\right)^2 \Leftrightarrow R^2 = 144 - 24R + R^2 + 72$ **4p**

$R = 9$ cm **2p**

c) Distanța de la *P* la planul (*BCD*) este $PO = r$ **2p**

Notăm cu *M* mijlocul muchiei *CD*.

$AM = BM = 9\sqrt{2}$ cm **2p**

Se demonstrează că distanța de la *P* la planul (*ACD*) este *PT*, unde $PT \perp AM$, $T \in AM$ **3p**

Din asemănarea triunghiurilor *ATP* și *AOM* se obține $r = 3$ cm **3p**

Observație: *Q* și *P* sunt puncte identice și se află la intersecția înălțimilor tetraedrului.

Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător!

START SPRE PERFORMANȚĂ 2026