CONCURSUL JUDEȚEAN MULTIDISCIPLINAR
„START SPRE PERFORMANȚĂ”
BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE ȘI NOTARE
CLASA a VII - a

SUBIECTUL I – 30 puncte

1. Fie $a_n = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \cdots + \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n\cdot(n+1)}}; n \in N^*$

   a) Demonstrați că $a_8 = \frac{2}{3}$;

   b) Determinați numerele naturale $n \leq 15$ astfel încât $a_n \in Q$.

Soluție

a) $a_n = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \cdots + \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n\cdot(n+1)}} - \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n\cdot(n+1)}}$

$a_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$ ..... 4 p

$a_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$ ..... 4 p

$a_8 = 1 - \frac{1}{\sqrt{8+1}} \rightarrow a_8 = \frac{2}{3}$ ..... 2 p

b) $a_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \in Q, n \leq 15 \rightarrow \sqrt{n+1}$ pătrat perfect ..... 4 p

Pentru $n + 1 = 4 \rightarrow n = 3$ ..... 2 p

Pentru $n + 1 = 9 \rightarrow n = 8$ ..... 2 p

Pentru $n + 1 = 16 \rightarrow n = 15$ ..... 2 p

2. Rezolvați sistemul: $\begin{cases} 2025x + 2026y = 10128 \\ 2026x + 2025y = 10127 \end{cases}$

Soluție

Adunând relațiile obținem: $4051x + 4051y = 20255 \rightarrow x + y = 5$ ..... 4 p

Scăzând relațiile obținem: $-x + y = 1$ ..... 4 p

Se obține soluția: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ ..... 2 p

SUBIECTUL al II lea – 30 puncte

1. Calculați media aritmetică m_a și media geometrică m_g a numerelor

$a = \left[5,(6) - 3\frac{3}{4} + 0,75\right] \cdot 1\frac{1}{2}$

$b = \left(\frac{1}{12}\right)^{-1} + \sqrt{116,64} : 2,7$

Apoi aflați perimetrul unui dreptunghi care are dimensiunile egale cu m_a și m_g.

Soluție

Obține $a = 4$ ..... 4 p

$b = 16$ ..... 4 p

$m_a = 10$ ..... 4 p

$m_g = 8$ ..... 4 p

Află perimetrul = 36 ..... 4 p

START SPRE PERFORMANȚĂ 2026

2. Fie $a = \frac{70}{15873} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{9}{10} + \frac{14}{15} + \cdots + \frac{500499}{500500}\right)$. Arătați că $\sqrt{a} \in Q$.

Soluție

$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{9}{10} + \frac{14}{15} + \cdots + \frac{500499}{500500}$

$= \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(1 - \frac{1}{6}\right) + \left(1 - \frac{1}{10}\right) + \cdots + \left(1 - \frac{1}{500500}\right)$.....3 p

$= (1 + 1 + 1 + \cdots + 1) - \left(\frac{2}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{2}{1000 \cdot 1001}\right)$.....2 p

$= 999 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1001}\right) = \frac{999 \cdot 1000}{1001}$ .....2 p

$a = \frac{7 \cdot 10}{3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37} \cdot \frac{999 \cdot 1000}{7 \cdot 11 \cdot 13} \rightarrow a = \frac{3^2 \cdot 100^2}{11^2 \cdot 13^2}$.....2 p

$\sqrt{a} = \frac{300}{143} \in Q$.....1 p

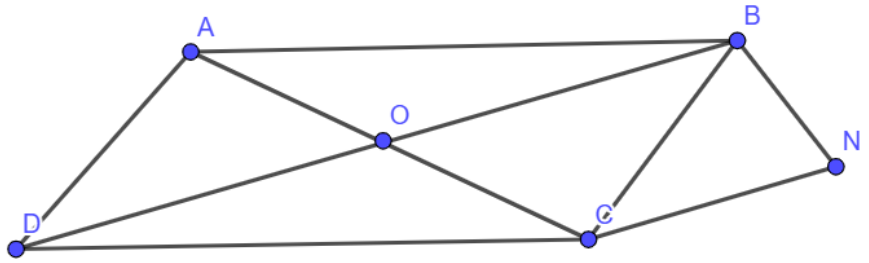
SUBIECTUL al III lea – 30 puncte

Fie paralelogramul ABCD și triunghiul BCN isoscel, de bază BN, astfel încât (BC este bisectoarea interioară unghiului $\sphericalangle ABN$. Știm că $\sphericalangle ABN = 4 \cdot \sphericalangle BAC = 4 \cdot \sphericalangle BCN$.

a) Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului ABNC.

b) Dacă $AC \cap BD = \{O\}$, arătați că $AN = 2 \cdot BO$.

Soluție



a) $\sphericalangle ABN = 4 \cdot \sphericalangle BAC = 4 \cdot \sphericalangle BCN = 4x$.....2 p

(BC este bisectoarea interioară unghiului $\sphericalangle ABN \rightarrow \sphericalangle ABC = \sphericalangle CBN = 2x$...2 p

$\Delta BCN \rightarrow 5x = 180 \rightarrow x = 36^0$.....10 p

$\sphericalangle BAC = 36^0$; $\sphericalangle ABN = 144^0$; $\sphericalangle BNC = 72^0$; $\sphericalangle NCA = 108^0$.....8 p

b) Demonstrează ΔABC isoscel, de bază BC$\rightarrow AB = AC$, iar cum $AB = DC \rightarrow AC = DC$.....2 p

Arată că $\sphericalangle ACN = \sphericalangle BCD = 108^0$.....2 p

Demonstrează că $\Delta BCD \equiv \Delta NCA$ (LUL) .....2 p

$\Delta BCD \equiv \Delta NCA \rightarrow AN = BD \rightarrow AN = 2 \cdot BO$.....2 p

EDUCAȚIE PERFORMANȚĂ 2026